

задача о построении на некоторой прямой точек, расстояния которых от двух пар точек, расположенных на той же самой прямой, образуют прямоугольники, находящиеся между собой в некотором данном отношении. Задача эта легко сводится к нахождению точек пересечения некоторой прямой и некоторого геометрического места к четырем прямым, причем все четыре расстояния берутся параллельными данной прямой. Если рассматривать дело таким образом, то задача нахождения геометрического места к четырем прямым совпадает с теоремой об инволюции точек пересечения прямой с коническим сечением и с противоположными сторонами вписанного в него четырехугольника, теоремой, вновь найденной впоследствии Дезаргом (Desargues) и носящей его имя. Нет сомнения, что в „Трактате об определенном сечении“ содержались некоторые важные части современной теории инволюции.

Таким образом первоначально, как мы думаем, *пространственными задачами* называли задачи, которые зависели от уравнений третьей степени и которые представляли стереометрическим образом; впоследствии же так стали называть решения с помощью конических сечений, а также под конец и задачи, которые, выраженные аналитически, зависели бы от уравнений четвертой степени.

Наипростейшая пространственная задача относится к двучленному кубическому уравнению; мы уже познакомились с ней в связи с задачей удвоения куба, и мы могли одновременно с этим убедиться в том, что первоначально пользование коническими сечениями было связано с решением этого вопроса. Мы имеем далее другие образцы вопросов этого рода в случае задачи о трисекции угла или о вставках, к которым сводится эта трисекция; мы указали, кроме того, что Архимед в своем „Трактате о спиральных“ тоже пользуется при разных случаях этими самыми вставками. Папп сообщает нам, как производили эти вставки с помощью конических сечений.

Но наиболее важными примерами решения пространственных задач с помощью конических сечений, относящимися к поре высшего расцвета греческой математики, являются дошедший до нас анализ уравнения, к которому Архимед сводит свою проблему деления шара (см. выше), и затем приводимое в пятой книге Аполлония построение нормали к коническому сечению из данной точки. Особенный интерес представляют эти решения благодаря той тщательности, с которой рассматриваются условия возможности задачи, а также благодаря заботливому разбору числа решений, получаемых в различных случаях в зависимости от различных значений, принимаемых данными величинами. Нетрудно здесь убедиться, что построение с помощью конических сечений является не столько средством (между прочим, весьма недостаточным) найти искомые величины, сколько, скорее, превосходным геометрическим методом выяснять случаи, когда они существуют, — что находится в полном соответствии со всем сказанным уже нами относительно цели геометрических построений у греков. Нахож-